**Введение**

**Цель**: Уменьшить амплитуды дискретной функции (представленной последовательностью целых чисел от -128 до 127 путём пропорционального масштабирования, при этом **сохраняя топологию** кривой. Под сохранением топологии подразумевается сохранение относительных различий между точками и положений пересечения с осью абсцисс (нулевые значения), то есть форма и характер кривой должны остаться неизменными после преобразования.

**Постановка задачи**

Дана последовательность целых чисел:

Необходимо преобразовать её в новую последовательность:

так, чтобы:

1. **Амплитуды уменьшились**, то есть для всех ***i***.

2. **Топология сохранена**:

- Знаки значений сохраняются: для всех ***i*** (где ).

- Относительные различия между точками сохраняются: если , то .

3. **Малые ненулевые значения не обнуляются**: чтобы предотвратить потерю важных деталей кривой.

**Метод пропорционального масштабирования**

Шаг 1: Нахождение максимальной абсолютной амплитуды

Определяем максимальное абсолютное значение в исходной последовательности:

Шаг 2: Определение желаемой максимальной амплитуды

Задаём желаемую максимальную амплитуду после масштабирования:

Выбор определяет степень уменьшения амплитуды.

Шаг 3: Вычисление коэффициента масштабирования

Вычисляем коэффициент масштабирования:

Поскольку , коэффициент .

Шаг 4: Масштабирование значений

Для каждого элемента последовательности вычисляем соответствующее масштабированное значение :

1. Если , то .

2. Если :

a. Предварительное масштабирование:

b. Предотвращение обнуления малых ненулевых значений:

Если , устанавливаем , сохраняя знак:

c. Округление до ближайшего целого числа:

d. Обеспечение диапазона [-128, 127]:

Шаг 5: Сохранение последовательности

Полученная последовательность является результатом пропорционального масштабирования с сохранением топологии.

**Обоснование метода**

Сохранение топологии

1. **Сохранение знаков**:

Поскольку и умножение на положительное число не меняет знак, имеем:

Это означает, что пересечения с осью абсцисс (нулевые значения) сохраняются на тех же позициях.

2. **Сохранение относительных различий**:

Поскольку масштабирование пропорционально, относительные отношения между модулями значений сохраняются:

если , то

Это гарантирует, что форма и характер кривой остаются неизменными.

**Предотвращение обнуления малых ненулевых значений**

Малые значения , для которых , могут стать нулевыми после округления, что может привести к потере мелких деталей кривой. Чтобы этого избежать, устанавливаем минимальное ненулевое значение в , сохраняя знак.

**Пример**

Рассмотрим пример с последовательностью:

1. **Нахождение**:

2. Задание :

Пусть .

3. Вычисление ***k***:

4. **Масштабирование значений**:

- Для :

- Для :

- Для :

- Для :

- Для :

- Для :

- Для :

Получаем новую последовательность:

**Заключение**

Предложенный метод пропорционального масштабирования с сохранением топологии позволяет:

- **Уменьшить амплитуды** исходной последовательности, приближая их к нулю, с помощью коэффициента масштабирования ***k***.

- **Сохранить топологию кривой** за счёт:

- Сохранения знаков значений, что обеспечивает неизменность пересечений с осью абсцисс.

- Сохранения относительных отношений между амплитудами, что сохраняет форму и характер кривой.

- **Предотвратить потерю мелких деталей**, обеспечивая, что малые ненулевые амплитуды не становятся нулевыми после масштабирования и округления.

**Применение метода**

1. **Настройка параметров**:

- Выбор зависит от желаемой степени уменьшения амплитуд и специфики задачи.

- Значение должно быть выбрано так, чтобы масштабированные значения оставались в диапазоне [-128, 127].

2. **Практическая реализация**:

- Масштабирование может быть реализовано в коде на любом языке программирования, следуя описанным математическим шагам.

- Важно обеспечить точность вычислений при масштабировании и округлении, особенно при работе с целыми числами.

3. **Проверка результатов**:

- Рекомендуется визуально сравнить исходную и масштабированную последовательности (например, построив графики), чтобы убедиться в сохранении топологии.

- Проверить, что все масштабированные значения находятся в допустимом диапазоне и что малые ненулевые значения не обнулились.

**Дополнительные замечания**

- **Линейность преобразования**:

- Пропорциональное масштабирование является линейным преобразованием, что упрощает анализ и гарантирует сохранение относительных отношений.

- **Ограничения метода**:

- Если исходные данные содержат очень малые амплитуды, близкие к нулю, возможно, потребуется особое внимание, чтобы избежать их обнуления.

- В случае очень широкого диапазона исходных амплитуд может возникнуть необходимость использовать более сложные методы нелинейного масштабирования.

- **Возможные улучшения**:

- При необходимости можно использовать нелинейные функции масштабирования (например, логарифмические или степенные), чтобы усилить уменьшение больших амплитуд и меньше влиять на малые, сохраняя при этом топологию.

**Заключительное слово**

Метод пропорционального масштабирования с сохранением топологии является эффективным и простым способом уменьшения амплитуд дискретной функции при сохранении её формы и характеристик. Он основан на фундаментальных принципах линейной алгебры и математического анализа и может быть применён в различных областях, где важно сохранить топологию данных при их масштабировании.